

Grundlagen der Mathematik 1: Lineare Algebra – Blatt 2

Abgabe: Montag, 11. November bis 16:00 Uhr

- (1) Für einen Körper K und ein fest gewähltes $q \in K$ definieren wir auf der Menge $G := K \times (K \setminus \{0\})$ die Verknüpfung $*$ durch

$$(a_1, a_2) * (b_1, b_2) = (a_1 + qa_2b_1, a_2b_2).$$

- (a) Bestimme alle q , für die die Verknüpfung $*$ assoziativ ist.
(b) Bestimme alle q , für die $(G, *)$ eine Gruppe ist.
- (2) Zeige mit vollständiger Induktion für alle $n \in \mathbb{N}$:

(a) $\sum_{k=1}^n k \cdot 2^k = (n-1) \cdot 2^{n+1} + 2.$

(b) Ist $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ mit $a + \frac{1}{a} \in \mathbb{Z}$, so ist auch $a^n + \frac{1}{a^n} \in \mathbb{Z}.$