

Grundlagen der Mathematik 1: Lineare Algebra – Blatt 1

Abgabe: Mittwoch, 11. Mai bis 12:00

Aufgabe 1 benötigt den Stoff der Vorlesung vom 5. Mai.

- (1) Zeige mit vollständiger Induktion, dass $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1}$ für alle $n \in \mathbb{N}$.
- (2) Es sei $M = \{n \in \mathbb{Z} : |n| \leq 100\} = \{-100, -99, \dots, 0, \dots, 99, 100\}$. Welche der folgenden Relationen sind Äquivalenzrelationen auf M ? Gib im Fall einer Äquivalenzrelation außerdem die Äquivalenzklasse $\overline{-34}$ explizit an.
- (a) $x \sim y : \Leftrightarrow$ es gibt ein $n \in \mathbb{Z}$ mit $x = 2^n y$.
- (b) $x \sim y : \Leftrightarrow xy \geq 0$.
- (3) Zu einer Menge M mit $|M| \geq 2$ sei

$$V = \{f : f \text{ ist eine Abbildung von } M \text{ nach } \mathbb{R}\}$$

die Menge aller reellwertigen Funktionen auf M . Für $f, g \in V$ definieren wir die Addition $f + g$ und Multiplikation $f \cdot g$ dieser Funktionen punktweise durch

$$f + g : M \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto f(x) + g(x) \quad \text{und} \quad f \cdot g : M \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto f(x) \cdot g(x).$$

- (a) Zeige, dass V mit dieser Addition eine abelsche Gruppe ist.
- (b) Ist V mit dieser Addition und Multiplikation ein Körper?
- (4) Beweise die folgenden Teilmengenbeziehungen und untersuche jeweils, ob auch die Gleichheit gilt.
- (a) Für alle Mengen M, A, B gilt $M \setminus (A \cup B) \subset (M \setminus A) \cap (M \setminus B)$.
- (b) Ist $f : M \rightarrow N$ eine Abbildung und $A \subset N$, so ist $f(f^{-1}(A)) \subset A$.

Ihr könnt die Übungsaufgaben gerne in beliebig großen Gruppen bearbeiten. Da aber jeder für sich lernen muss, mathematische Argumente korrekt selbst aufzuschreiben, kann die Abgabe der Lösungen nur allein oder in Zweiergruppen erfolgen. Um den Arbeitsaufwand dabei sowohl für euch als auch für die Übungsleiter beim Korrigieren in Grenzen zu halten, solltet ihr möglichst zu zweit abgeben. Dabei sollten dann natürlich beide einen vergleichbaren Beitrag sowohl beim Finden als auch beim Aufschreiben der Lösungen geleistet haben. Zudem wird erwartet, dass beide in der Lage sind, in der Übungsstunde ihre gemeinsam gefundenen Lösungen an der Tafel zu erklären.

Bitte werft eure Lösungen ins Postfach eures Übungsgruppenleiters neben Raum 48-210 oder gebt sie online als PDF-Datei im Abgabebaustein des OLAT-Kurses ab.